

# バンプフォイル軸受の理論安定限界速度とホワール比（第1報） 過大な静摩擦と組立予圧の影響

著者	畠中 清史, 山口 陽平, 生島 大喜
雑誌名	トライボロジスト
巻	53
号	12
ページ	842-849
発行年	2008-12-01
URL	<a href="http://hdl.handle.net/10228/00006251">http://hdl.handle.net/10228/00006251</a>

## 論文

# バンプフォイル軸受の理論安定限界 速度とホワール比 (第1報)

——過大な静摩擦と組立予圧の影響——

原稿受付 2008年8月29日

“トライボロジスト” 第53巻 第12号 (2008) 842~849

畠 中 清 史

九州工業大学 情報工学部機械情報工学科  
 (〒820-8502 福岡県飯塚市川津680-4)

山 口 陽 平\*

生 島 大 喜

九州工業大学 大学院生  
 (同 上)

## Abstract

In the authors' previous report two models were presented to bump foil journal bearings and the assembly preload was shown to influence the maximum load capacity of the bearing. One model corresponds to the bearing with an excessive static friction between the top and bump foils and the other to the bearing without the friction. This study aims at predicting the stability threshold speed and whirl frequency ratio of a horizontal rigid rotor supported in the bearings, by applying the frequency response method. The following results are obtained. Relatively small deformation of the top foil with the excessive friction contributes to little change in the stability threshold speed of the rotor-bearing system when comparing with that of the circular bearing. On the contrary the compliance of the top foil with no friction can change the speed, because it forms a relatively steep wedge in the steady-state equilibrium while it smoothens the wedge when the air film pressure is fluctuated by the small oscillation of the journal. Stability charts standardized by the mean radial clearance in the assembled bearing clearly show that the larger assembly preload results in a decrease in stability threshold speed of the bearing with no friction.

## 1. はじめに

近年の環境保全, 省資源志向の高まりから, 分散型電力源としてマイクロガスタービンが注目されている<sup>1)</sup>. マイクロガスタービンの小型, 軽量の高速回転軸を支える軸受には, Fig.1に示すバンプフォイル軸受<sup>2)</sup>が採用されている. この軸受は軸受面を構成する円筒状のトップフォイルとこれを弾性支持する波状のバンプフォイルからなる. バンプフォイル軸受は, これらのフォイルが軸受静荷重に応じて変形するため, 真円軸受に比べて負荷容量が高くなる<sup>3,4)</sup>.

また, この軸受の安定性は, 真円軸受と比べて優れていることが知られている. これは, ジャーナルが静的釣合い位置のまわりで振動すると, この振動に応じて軸受面が適宜, 弾性変形し, この

際にトップフォイルに作用する摩擦力が軸・軸受系の振動を抑制するためであると考えられている.

フォイル軸受に関する研究報告は, 実機開発を中心に, 数多くある<sup>5)</sup>. ところが, この軸受の安定性を適切に予測できる理論モデルは構築の途上

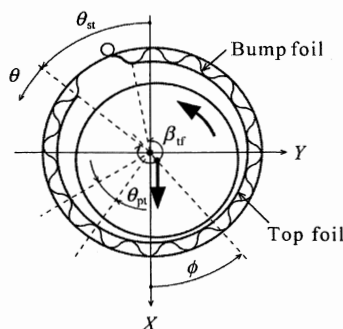


Fig.1 Bump foil journal bearing

## Theoretical Stability Threshold Speed and Whirl Frequency Ratio of Bump Foil Journal Bearings (Part 1)

——Effect of Excessive Static Friction and Assembly Preload——

By Kiyoshi HATAKENAKA, Department of Mechanical Information Science and Technology, Faculty of Computer Science and Systems Engineering, Kyushu Institute of Technology (680-4, Kawazu, Iizuka-shi, Fukuoka 820-8502), Youhei YAMAGUCHI\* and Taiki SHOJIMA, Student, Graduate School, Kyushu Institute of Technology (ditto)

**Key Words:** hydrodynamic bearing, gas bearing, foil journal bearing, stability, whirl, preload, excessive static friction

\* 現所属: TOTO(株) (〒802-8601 福岡県北九州市小倉北区中島2丁目1-1)

Present address: TOTO Ltd. (1-1, Nakashima 2-chōme, Kokurakita-ku, Kitakyushu-shi, Fukuoka 802-8601)

にあるため、実験的に得られた知見に対し、理論的な説明を与えるには至っていない。

著者らの前報<sup>4)</sup>では、フォイルに作用する静摩擦が極めて大きい場合と、静摩擦・動摩擦がともに作用しない場合の2ケースに対応するモデル軸受を用いて、軸受最大負荷容量に対する組立予圧の影響を明らかにした。これによると、トップフォイルがパンプフォイル支持部で円周方向に移動できないように静摩擦をモデル化すると軸受最大負荷容量に対して静摩擦の影響が大きく現れること、軸受最大負荷容量に対する組立予圧の影響が実験結果<sup>3)</sup>と定性的に一致することを示した。

本研究では、これら二つのモデル軸受の理論安定限界速度とホワール比を調べ、また、組立予圧の影響を明らかにすることを目的とする。本解析では、軸受面の変形を無視できる真円軸受などの安定性解析法として確立している振動数応答法<sup>6)</sup>を、軸受面が変形するフォイル軸受にも適用できるように発展させる。

本論文では無次元量による解析を行う。使用する主な記号は次の通りである。無次元量の定義(有次元量との関係)は付録に掲載する。

$E_{tf}$	: トップフォイル曲げ剛性
$\{F\}$	: 空気膜圧力に等価な全体系節点荷重ベクトル
$\{F_p\}$	: 組立予圧によるトップフォイルの初期変位に等価な全体系節点荷重ベクトル
$G_H$	: トップフォイルの半径方向変位の変動成分に関する伝達関数
$G_P$	: 変動空気膜圧力に関する伝達関数
$\{G_d\}$	: 全体系節点変位ベクトルの変動成分に関する伝達関数
$H$	: 空気膜厚さ
$H_{tf}$	: トップフォイルの半径方向変位
$j$	: 虚数単位
$[K]$	: 全体系剛性行列
$[K_{bf}]$	: パンプ等価ばね行列
$K_{bf}$	: パンプ等価ばねのばね定数
$K_{bf}^*$	: パンプ等価ばねの修正ばね定数
$[M]$	: 全体系整合質量行列
$M_p$	: 予圧係数

$M_{tf}$	: トップフォイル密度
$P$	: 空気膜圧力
$s$	: ラプラス変換子
$X, Y$	: 鉛直方向, 水平方向の各座標
$Z$	: 軸方向座標 (原点は軸受幅中央)
$\beta_{tf}$	: トップフォイル張り角
$\Gamma$	: 軸受荷重
$\{\Delta\}$	: 全体系節点変位ベクトル
$\{\Delta_p\}$	: 組立予圧によるトップフォイルの初期変位に相当する全体系節点変位ベクトル
$\theta$	: 円周方向座標 (原点はトップフォイル前縁)
$\theta_{pt}$	: パンプ等価ばねを配置する間隔
$\theta_{st}$	: トップフォイル前縁の $\theta$ 方向座標
$\lambda$	: 軸受定数 ( $= \Omega / \nu$ )
$\lambda^*$	: 修正軸受定数 ( $= \Omega / (\nu_{cr}^* (1 - M_p)^2)$ )
$\Lambda$	: 軸受幅径比
$\nu$	: 軸回転速度
$\nu_{cr}$	: 安定限界速度
$\nu_{cr}^*$	: 修正安定限界速度
$\tau$	: 時間
$\tau_{tf}$	: トップフォイル厚さ
$\phi$	: 偏心率
$\Omega$	: 気体軸受数
$\Omega_{wfr}$	: ホワール比
添字など	
0	: 静的な釣合いを表す
at	: 大気を表す
$I$	: $X$ あるいは $Y$ を表す
$j$	: 軸を表す
$X, Y$	: 鉛直方向, 水平方向を表す
$\delta$	: 変動成分を表す
$(\quad)'$	: 時間微分を表す
$(\quad)$	: ラプラス変換を表す

## 2. 理論解析

### 2.1 パンプフォイル軸受のモデル化

パンプフォイル軸受は、軸受ハウジングに波状のパンプフォイルと円筒状のトップフォイルとを挿入した構造をしている (Fig.1). トップフォイ

ルを支えるバンプフォイルの各こぶが半径方向への力に対して弾性変形し、また、隣接するこぶ相互間の干渉がなく、さらに、こぶの頂点（以下、支持部）が円周方向に移動しないと仮定すると、各々のこぶが個別にトップフォイルを支えることになる。本解析では、トップフォイルとこぶは軸方向には一様に変形すると仮定し、Fig.2 に示すように、各こぶを半径方向に等価ばね（以下、バンプ等価ばね）で置き換えることにする。バンプ等価ばねは、トップフォイルから離れないとする。

また、トップフォイルを軸受に挿入する時点でバンプフォイルからの押付け力が作用するようにしておくと、この押付け力が組立予圧として作用し、トップフォイルは変形することになる。

軸受挿入前のトップフォイル内半径とジャーナル半径との差（軸受平均半径すきま） $c$ （有次元量）が、組立予圧のために、バンプ等価ばね支持部において半径方向に  $\Delta c$ （すきまが小さくなる方向を正とする有次元量）だけ小さくなるとする。組立予圧の大きさを表す指標には、 $c$  と  $\Delta c$  との比である予圧係数  $M_p$  を用いる。すなわち、

$$M_p = \frac{\Delta c}{c} \quad (1)$$

本研究では、トップフォイルとバンプフォイルとの間に作用する静摩擦力の大きさに応じた 2 種類のモデル軸受を用いて解析する。Figure 3(a) に示すモデル A は、静摩擦が極めて大きい場合に対応するモデルであり、バンプ等価ばね支持部が半径方向にしか変位できないようになっていて、組立時の軸受面は波状に変形する。これに対し、Fig.3(b) に示すモデル B は、静摩擦、動摩擦がともに作用しない場合に対応するモデルであり、トップフォイル後縁が円周方向に変位できないようになっているだけで、その他の支持部は、半径方向に加えて円周方向にも変位でき、また、そこを中心とする回転もできるようになっている。組立の時点では、トップフォイルは主として円周方向に変位する。なお本研究では、上記以外の摩擦力が作用する場合については扱わないことにする。

このようなモデル軸受で支えた水平剛体軸の理論安定限界速度とホワール比を求めるために、圧

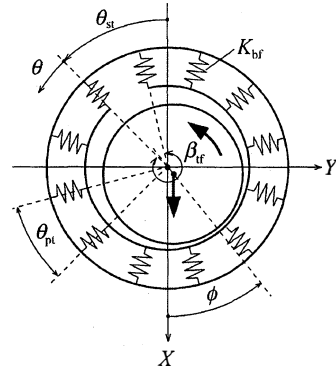


Fig.2 Foil journal bearing supported elastically by bump-equivalent springs

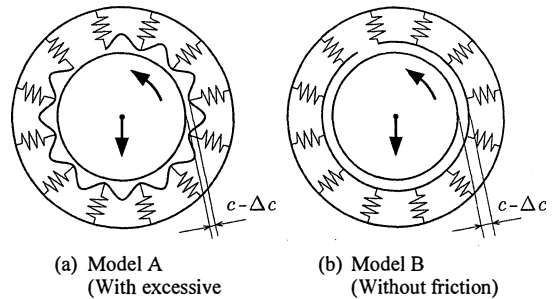


Fig.3 Model bearings

縮性を考慮した非定常等粘度レイノルズ方程式、組立予圧を考慮したトップフォイルの運動方程式、および軸の運動方程式を用いる。これらの式は空気膜厚さ式を介して相互に関連している。

## 2.2 非定常圧縮性等粘度レイノルズ方程式

空気膜内で発生する圧力  $P$  の分布は、等温状態にある完全気体に対して適用される非定常圧縮性等粘度レイノルズ方程式

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \theta} \left[ PH^3 \frac{\partial P}{\partial \theta} \right] + \frac{1}{4\Lambda^2} \frac{\partial}{\partial Z} \left[ PH^3 \frac{\partial P}{\partial Z} \right] \\ = 2\Omega \frac{\partial(PH)}{\partial \tau} + \Omega \frac{\partial(PH)}{\partial \theta} \end{aligned} \quad (2)$$

を解いて求める。式(2)に与える空気膜厚さ  $H$  の分布は、

$$H = 1 + A_x X_j + A_y Y_j + H_{tr} \quad (3)$$

ただし、 $A_x = \cos(\theta + \theta_{st})$ 、 $A_y = \sin(\theta + \theta_{st})$  である。

式(2)に対し、トップフォイルの前後縁および軸受端において空気膜圧力が大気圧  $P_{at}$  に等しいとする境界条件を与える。

### 2.3 組立予圧を考慮したトップフォイルの運動方程式

トップフォイルを薄肉曲りばりとみなし、これの変位を有限要素法<sup>7)</sup>により求める。その運動方程式は、トップフォイルを弾性支持するバンプ等価ばね、ならびに、組立予圧を考慮すると、

$$\nu^2[M]\{\Delta\}'' + ([K] + [K_{bf}])\{\Delta\} = \{F\} + \{F_p\} \quad (4)$$

式(4)における右辺第2項の  $\{F_p\}$  は、

$$\{F_p\} = ([K] + [K_{bf}])\{\Delta_p\} \quad (5)$$

により与える<sup>4)</sup>。

式(4)に対し、モデルAではすべてのバンプ等価ばね支持部が半径方向にしか変位できないという幾何学的拘束条件を、モデルBでは、トップフォイル後縁は半径方向のみに変位する（他の支持部では半径方向および円周方向に変位しうる）という幾何学的拘束条件をそれぞれ与えて解くと、 $\{\Delta\}$  が得られる。この半径方向成分が式(3)の  $H_{tf}$  に相当する。

### 2.4 軸の運動方程式

偏重心のない水平剛体軸をバンプフォイル軸受で支持し、空気膜反力と軸自重が外力として作用する場合、その運動方程式は、

$$\nu^2 X_j'' = \frac{1}{2\Gamma} \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \int_0^{\theta_{tf}} A_x (P - P_{at}) d\theta dZ + 1 \quad (6.a)$$

$$\nu^2 Y_j'' = \frac{1}{2\Gamma} \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \int_0^{\theta_{tf}} A_y (P - P_{at}) d\theta dZ \quad (6.b)$$

## 2.5 振動数応答法を適用した安定性解析

**2.5.1 伝達関数** ジャーナルが静的釣合い位置  $(X_{j0}, Y_{j0})$  のまわりで微小振動し、 $X$  軸方向に  $\delta X_j$ 、 $Y$  軸方向に  $\delta Y_j$  だけ変位したとする。これにより、空気膜圧力  $P$ 、空気膜厚さ  $H$ 、トップフォイルの節点変位ベクトル  $\{\Delta\}$  と半径方向変位  $H_{tf}$  が、定常成分から、それぞれ  $\delta P$ 、 $\delta H$ 、 $\{\delta \Delta\}$ 、 $\delta H_{tf}$  だけ変動したとする。すなわち、

$$P = P_0 + \delta P \quad (7.a)$$

$$H = H_0 + \delta H \quad (7.b)$$

$$\{\Delta\} = \{\Delta_0\} + \{\delta \Delta\} \quad (7.c)$$

$$H_{tf} = H_{tf0} + \delta H_{tf} \quad (7.d)$$

変動成分のうち、 $\delta P$ 、 $\{\delta \Delta\}$  ならびに  $\delta H_{tf}$  のラプラス変換は、

$$\overline{\delta P} = G_{Px} \overline{\delta X_j} + G_{Py} \overline{\delta Y_j} \quad (8.a)$$

$$\overline{\{\delta \Delta\}} = \{G_{\Delta x}\} \overline{\delta X_j} + \{G_{\Delta y}\} \overline{\delta Y_j} \quad (8.b)$$

$$\overline{\delta H_{tf}} = G_{HX} \overline{\delta X_j} + G_{HY} \overline{\delta Y_j} \quad (8.c)$$

で表される。空気膜厚さの変動成分  $\delta H$  のラプラス変換は、式(3)と式(8.c)を用いて、

$$\overline{\delta H} = (A_x + G_{HX}) \overline{\delta X_j} + (A_y + G_{HY}) \overline{\delta Y_j} \quad (9)$$

### 2.5.2 非定常圧縮性等粘度レイノルズ方程式

式(2)に式(7.a)と式(7.b)を代入して変動空気膜圧力  $\delta P$  に関するレイノルズ方程式を、まず、求める。次に、これをラプラス変換する。さらに、これに式(8.a)と式(9)を代入する。これが、任意の  $\overline{\delta X_j}$ 、 $\overline{\delta Y_j}$  について成り立つためには、

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial \theta} \left[ P_0 H_0^3 \frac{\partial G_{Pl}}{\partial \theta} + H_0^3 \frac{\partial P_0}{\partial \theta} G_{Pl} - \Omega H_0 G_{Pl} \right] \\ & + \frac{1}{4\Lambda^2} \frac{\partial}{\partial Z} \left[ P_0 H_0^3 \frac{\partial G_{Pl}}{\partial Z} + H_0^3 \frac{\partial P_0}{\partial Z} G_{Pl} \right] - 2\Omega s H_0 G_{Pl} \\ & + \frac{\partial}{\partial \theta} \left[ \left( 3P_0 H_0^2 \frac{\partial P_0}{\partial \theta} - \Omega P_0 \right) (A_l + G_{Hl}) \right] \\ & + \left\{ \frac{1}{4\Lambda^2} \frac{\partial}{\partial Z} \left[ 3P_0 H_0^2 \frac{\partial P_0}{\partial Z} \right] - 2\Omega s P_0 \right\} (A_l + G_{Hl}) = 0 \end{aligned} \quad (10)$$

式(10)に対し、トップフォイルの前後縁および軸受端において  $G_{Pl} = 0$  とする境界条件を与える。

ラプラス変換子  $s$  は、安定限界速度  $\nu_{cr}$  において、

$$s = j\Omega_{wfr} \quad (j = \sqrt{-1}) \quad (11)$$

**2.5.3 トップフォイルの運動方程式** 式(4)に式(7.a)と式(7.c)を代入して節点変位ベクトルの変

動成分  $\{\delta A\}$  に関する式を、まず、求める。次いで、これをラプラス変換する。これが、任意の  $\delta X_j$ ,  $\delta Y_j$  について成り立つためには、

$$(\nu^2 s^2 [M] + [K] + [K_{bf}]) \{G_{dI}\} = \{\delta F_I\} \quad (12)$$

式(12)の右辺における  $\{\delta F_I\}$  は、変動空気膜圧力に関する伝達関数  $G_{PI}$  を積分して求める。

式(12)に対し、モデルに応じた幾何学的拘束条件を適用する  $\{A\}$  の成分番号と同じ番号の  $\{G_{dI}\}$  の成分に 0 を与えて解くと、 $\{G_{dI}\}$  が得られる。この半径方向成分が式(8.c)の  $G_{HI}$  に相当する。

**2.5.4 軸の運動方程式** 式(6)に式(7.a)を代入してジャーナルの微小変位  $\delta X_j$ ,  $\delta Y_j$  に関する式を、まず、求める。次に、これをラプラス変換すると、

$$\nu^2 s^2 \overline{\delta X_j} - \frac{1}{2\Gamma} \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \int_0^{\beta_{tf}} A_x \overline{\delta P} d\theta dZ = 0 \quad (13.a)$$

$$\nu^2 s^2 \overline{\delta Y_j} - \frac{1}{2\Gamma} \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \int_0^{\beta_{tf}} A_y \overline{\delta P} d\theta dZ = 0 \quad (13.b)$$

軸・軸受系の特性方程式は、式(13)に式(8.a)を代入すると得られる。すなわち、二重積分  $\int_{-1/2}^{1/2} \int_0^{\beta_{tf}} d\theta dZ$  を  $\int_S dS$  で表すと、

$$\left( \nu^2 s^2 - \frac{1}{2\Gamma} \int_S A_x G_{PX} dS \right) \left( \nu^2 s^2 - \frac{1}{2\Gamma} \int_S A_y G_{PY} dS \right) - \frac{1}{4\Gamma^2} \left( \int_S A_x G_{PY} dS \right) \left( \int_S A_y G_{PX} dS \right) = 0 \quad (14)$$

**2.5.5 解法の手順** 安定限界速度  $\nu_{cr}$  とホワール比  $\Omega_{wfr}$ 、ならびに、伝達関数  $G_{PX}$ ,  $G_{PY}$ ,  $G_{HX}$ ,  $G_{HY}$  の分布を、式(10), 式(12), 式(14)を用いて求める。フローチャートを Fig.4 に示す。

まず、Table 1 に示すような計算条件の数値を与え、また、空気膜圧力、空気膜厚さ、トップフォイルの変位ならびにその半径方向成分の定常成分  $P_0$ ,  $H_0$ ,  $\{A_0\}$ ,  $H_{t0}$  に対して初期分布を与えると同時に、 $\nu_{cr}$  を仮定する。気体軸受数  $\Omega$  を  $\lambda \nu_{cr}$  により求め、静特性解析を行う<sup>4)</sup>。次に、 $\Omega_{wfr}$  を仮定し、伝達関数  $G_{PX}$ ,  $G_{PY}$ ,  $G_{HX}$ ,  $G_{HY}$  に対して初期分布を与える。式(11)を代入した式(10)を差分法により解き、 $G_{PX}$  あるいは  $G_{PY}$  の数値収束解を得る。これを用いて  $\{\delta F_I\}$  を計算し、式(12)を解い

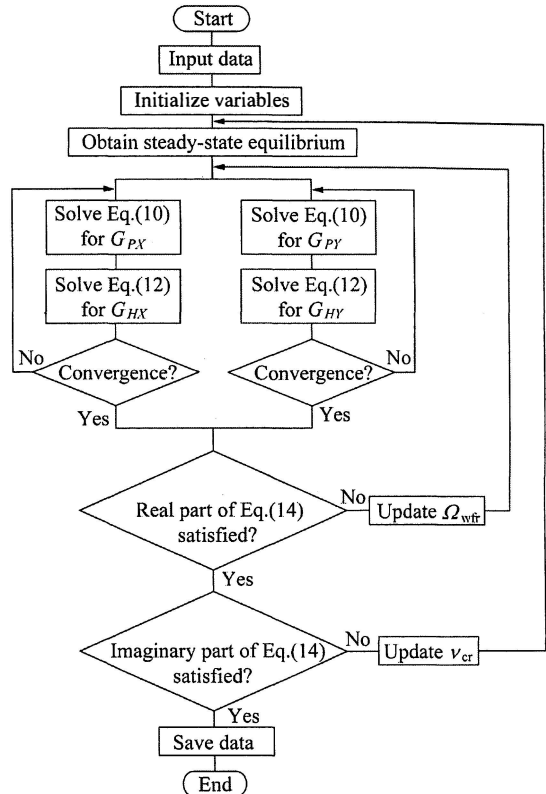


Fig.4 Flow chart

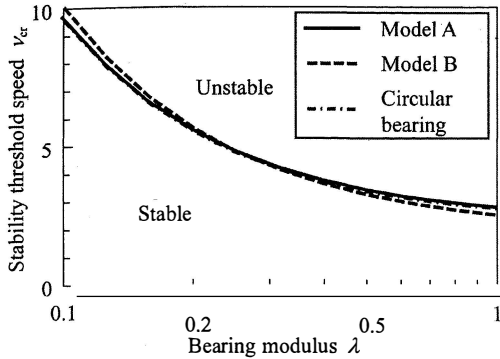
Table 1 Parameters adopted in the stability analysis of a foil bearing

$\theta_{st}$	10°	$\beta_{tf}$	340°	$A$	0.5
$\theta_{pt}$	10°	$\tau_{tf}$	0.05	$\lambda$	0.1 ~ 1.0
$K_{bf}$	10	$E_{tf}$	10	$\Gamma$	0.2
		$M_{tf}$	$1 \times 10^{-5}$	$M_p$	0.0, 0.5

て、 $\{G_{dX}\}$  あるいは  $\{G_{dY}\}$  を得る。この半径方向成分が  $G_{HX}$ ,  $G_{HY}$  に相当する。この過程を、 $G_{PX}$ ,  $G_{PY}$ ,  $G_{HX}$ ,  $G_{HY}$  が収束判定条件を満足するまで繰り返す。次に、式(11)を代入した特性方程式(14)の実部が満足されるまで、 $\Omega_{wfr}$  を修正する。最後に、式(11)を代入した特性方程式(14)の虚部が満足されるまで、 $\nu_{cr}$  の修正を繰り返す。

### 3. 結果 および 考察

Table 1 に示す仕様のフォイル軸受について安定限界速度  $\nu_{cr}$  を求めた。さまざまな軸受定数  $\lambda$  に対する  $\nu_{cr}$  を結ぶことにより得た安定限界線図

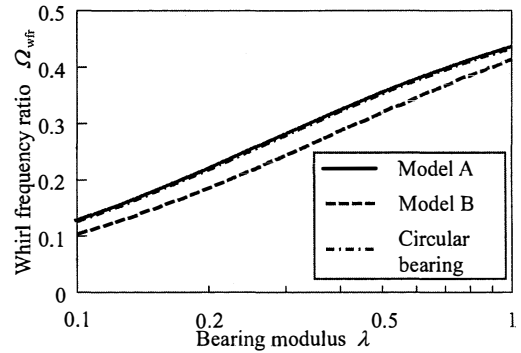

 Fig.5 Stability chart (Comparison of present two models and circular bearing) ( $M_p = 0.0$ )

を、予圧係数  $M_p = 0.0$  の場合に対して、Fig.5 に示す。図中には、静摩擦が極めて大きい場合に対応するモデルAに対する安定限界線を実線で、摩擦がない場合に対応するモデルBに対する安定限界線を破線で、同仕様の真円軸受に対する安定限界線を一点鎖線で示してある。いずれの安定限界速度  $v_{cr}$  も軸受定数  $\lambda$  が小さいほど大きくなる。

真円軸受、フォイル軸受のいずれで軸を支えても、周波数依存性のある空気膜の連成減衰剛性  $C_{XY}$  に相当する  $-\int_S A_x \text{Im}[G_{py}] dS$  が負になるために、軸・軸受系が不安定になることが分かった。

モデルAの安定限界速度  $v_{cr}$  は、いずれの軸受定数  $\lambda$  に対しても、真円軸受の  $v_{cr}$  と同程度になることが分かった。モデルAでは、 $v_{cr}$  程度の軸回転速度において、空気膜圧力の定常成分  $P_0$  によるトップフォイルの変形が小さいことに加え、パンプ等価ばね支持部における円周方向への変位が拘束されているために、空気膜圧力の変動成分  $\delta P$  によるトップフォイルの変形が起りにくい。この結果、軸受面の変形がない真円軸受の安定限界速度  $v_{cr}$  と同程度になったと考えられる。

これに対し、モデルBの安定限界速度  $v_{cr}$  は、軸受定数  $\lambda$  が大きい場合はモデルAおよび真円軸受の  $v_{cr}$  よりも小さくなり、 $\lambda$  が小さい場合はそれらの  $v_{cr}$  よりも大きくなることが分かった。モデルBでは、 $v_{cr}$  程度の軸回転速度において、空気膜圧力の定常成分  $P_0$  によるトップフォイルの変形が相対的に大きい。また、パンプ等価ばね支持部における円周方向への変位が拘束されていないので、空気膜圧力の変動成分  $\delta P$  によるトップフォイルの変形が、円周方向に起こるだけでなく、モデル


 Fig.6 Whirl frequency ratio at stability threshold speed (Comparison of present models and circular bearing) ( $M_p = 0.0$ )

Aに比べると半径方向に生じやすくなっている。この結果、定常空気膜圧力  $P_0$  により形成されるくさびの度合いを、変動空気膜圧力  $\delta P$  が緩めることになる。軸受定数  $\lambda$  が大きい場合は、気体軸受数  $\Omega$  が大きく、 $P_0$  によるくさび形状がもともと緩やかなため、モデルAよりも安定限界速度  $v_{cr}$  が小さくなるのに対し、 $\lambda$  が小さい場合は、 $\Omega$  が小さく、 $P_0$  によるくさび形状がもともとは急であり、くさびの緩和がある程度までで抑えられるため、モデルAよりも安定限界速度  $v_{cr}$  が大きくなったと考えられる。

このような安定限界速度  $v_{cr}$  におけるホワール比  $\Omega_{wfr}$  を Fig.6 に示す。実線、破線、一点鎖線はそれぞれ、モデルA、モデルB、同仕様の真円軸受の  $\Omega_{wfr}$  を表す。ただし、実線と一点鎖線とはほとんど重なっている。いずれのホワール比  $\Omega_{wfr}$  も軸受定数  $\lambda$  が小さいほど小さくなる。これは、ホワール振動数 ( $v_{cr} \Omega_{wfr}$  に相当) が  $\lambda$  の値によらず大きくは変化しない一方で、 $\lambda$  が小さいほど安定限界速度  $v_{cr}$  が大きくなり、軸回転速度に対してホワール振動数が相対的に小さくなるためである。

モデルAでは、安定限界速度  $v_{cr}$  におけるトップフォイルの変形が小さく、 $v_{cr}$  が真円軸受と同程度になるため、真円軸受とほとんど同じ  $\Omega_{wfr}$  になることが分かった。

これに対し、モデルBでは、ホワール比  $\Omega_{wfr}$ 、ならびに、ホワール振動数がモデルA（ならびに真円軸受）よりも小さくなることが分かった。これは、変動空気膜圧力  $\delta P$  によるトップフォイルの変形の生じやすさのために、空気膜剛性が低下

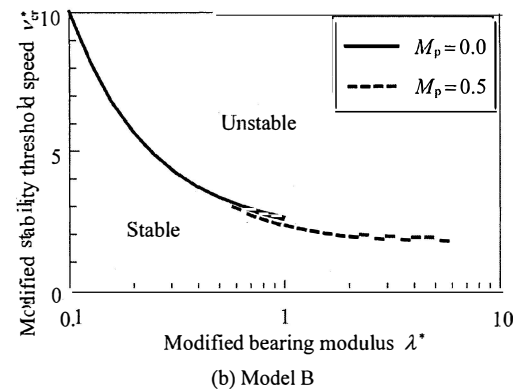
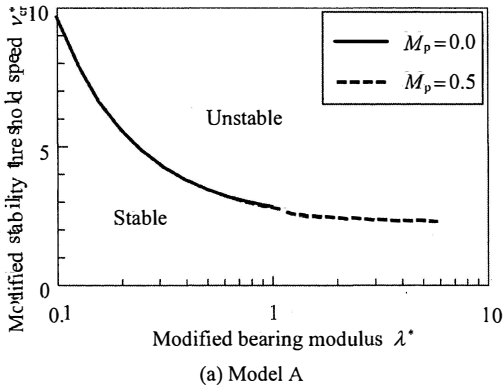


Fig.7 Modified stability chart for two values of assembly preload factor

したためと考えられる。

本研究では、トップフォイルに作用する動摩擦を考慮していないが、これを考慮できるようにモデル軸受を修正すると、 $\delta P$  によるトップフォイルの変形が、定常空気膜圧力  $P_0$  により形成されるくさびの度合いを相殺するほどには生じなくなるため、安定限界速度  $v_{cr}$  が上昇すると考えられる。

次に、安定限界速度に対する予圧係数の影響について調べる。ただし、Fig.5 と同様の安定限界線図にまとめた場合には、その影響の傾向が軸受定数の大きさに依存して大幅に異なっており、それを単純に捉えることが難しかった。しかし、フォイル軸受組立時のパンプ等価ばね支持部における軸受平均半径すきま  $(=c-\Delta c)$  を基準平均半径すきまとしてまとめると、その傾向が明瞭になることが分かった。この場合の修正安定限界線図は、安定限界線図の縦軸と横軸をそれぞれ  $\sqrt{1-M_p}$  倍、 $(1-M_p)^{-2.5}$  倍して作成する。

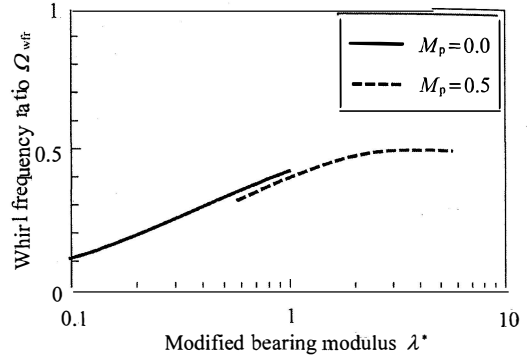


Fig.8 Whirl frequency ratio at stability threshold speed for two values of assembly preload factor (Model B)

モデルA、モデルBのそれぞれに対する修正安定限界線図を、Figs.7(a), (b)に示す。いずれの図でも、予圧係数  $M_p = 0.0, 0.5$  に対する安定限界線をそれぞれ実線、破線で示す。横軸の修正軸受定数  $\lambda^*$  が同一の場合、 $(c-\Delta c)$  は同じであるが、 $c$  が異なるため、パンプ等価ばねの修正ばね定数  $K_{bf}^* = (1-M_p)K_{bf}$  は安定限界線ごとに異なる。モデルAでは、修正安定限界速度  $v_{cr}^*$  におけるトップフォイルの変形が小さいため、予圧係数  $M_p$  の影響はほとんどないが、トップフォイルの変形が相対的に大きいモデルBでは、その影響が、大きくはないが、見られる。 $M_p = 0.5$  の場合は、 $K_{bf}^*$  が小さくなることで、トップフォイルが変形しやすくなり、空気膜剛性が小さくなるために、修正安定限界速度  $v_{cr}^*$  が低くなったと考えられる。

モデルBを用いて求めた予圧係数  $M_p = 0.0, 0.5$  に対するホワール比  $\Omega_{wfr}$  はそれぞれ Fig.8 の実線、破線のようになる。横軸の  $\lambda^*$  が同一の場合、 $M_p$  が大きいほど空気膜剛性が小さくなるため、 $\Omega_{wfr}$  は小さくなる。なお、モデルAでは、 $\Omega_{wfr}$  に対する  $M_p$  の影響はほとんどなかった。

#### 4. まとめ

本研究では、フォイルに作用する静摩擦が極めて大きい場合と、静摩擦・動摩擦がともに作用しない場合の2ケースに対応するモデル軸受の理論安定限界速度とホワール比を、振動数応答法を適用することにより求め、また、組立予圧の影響を明らかにした。本解析で得られた知見を以下に示



す。

- (1) 組立予圧がなく、フォイルに作用する静摩擦が極めて大きい場合には、フォイル軸受の安定限界速度は真円軸受と同程度となる。安定限界速度におけるホワール比も真円軸受と同程度となる。
- (2) 組立予圧がなく、フォイルに作用する摩擦がない場合の安定限界速度は、静摩擦が極めて大きい場合と比べて、軸受定数が大きい場合は小さくなり、軸受定数が小さい場合は大きくなる。また、安定限界速度におけるホワール比は小さくなる。
- (3) 組立予圧がある場合には、フォイル軸受組立時のバンプ等価ばね支持部における軸受平均半径すきまを基準平均半径すきまとして安定限界線図を作成すると、安定限界速度に対する組立予圧の影響が明瞭になる。フォイルに作用する静摩擦が極めて大きい場合には組立予圧の影響はほとんどない。一方、摩擦の作用がない場合には、組立予圧が大きいほど、修正安定限界速度、ホワール比ともに小さくなる。

トップフォイルがバンプ等価ばねから作用を受ける半径方向の押付け力の大きさは組立予圧に依存する。また、空気膜圧力が大気圧よりも低くなる先広がりすきま部において、トップフォイルがバンプ等価ばねから浮上できる場合には、その押付け力は作用しなくなる。本研究では動摩擦の影響と浮上については考慮していないが、これらを考慮してモデル軸受を修正すると、理論安定限界速度に対する組立予圧の影響がいつそう明瞭になることが期待される。

## 文 献

- 1) 石井：マイクロガスタービンシステム，オーム社 (2002) 2.
- 2) H.Heshmat: Advancements in the Performance of Aerodynamic Foil Journal Bearings: High Speed and Load Capacity, ASME J. Tribology, **116**, 2 (1994) 287.
- 3) K. Radil & B. Dykas: The Role of Radial Clearance on the Performance of Foil Air Bearings, STLE Tribology Trans., **45**, 4 (2002) 485.
- 4) 畠中・山口：組立て予圧を与えた動圧型気体フォイル軸受の最大負荷容量に対する軸受設計変数の影響，日本機械学会論文集(C編)，**74**, 741 (2008) 1154.
- 5) 例えば，H. Heshmat, W. Shapiro & S. Gray: Development of Foil Journal Bearings for High Load Capacity and High Speed Whirl Stability, ASME J. Lubrication Technology, **104**, 2 (1982) 149.
- 6) 谷口：振動工学ハンドブック，養賢堂 (1988) 962.
- 7) 鷲津・宮本・山田・山本・川井：有限要素法ハンドブック I 基礎編，培風館 (1981) 231.

## 付 録

本論文で使用した主な無次元量と有次元量との関係は次の通りである。

$$\begin{aligned}
 E_{tf} &= ce_{tf} / (84 p_{at} r_{tf}) \\
 H &= h / c \\
 H_{tf} &= h_{tf} / c \\
 K_{bf} &= 60 ck_{bf} / (p_{at} r_{tf} l_j) \\
 K_{bf}^* &= 60(c - \Delta c) k_{bf} / (p_{at} r_{tf} l_j) \\
 M_p &= \Delta c / c \\
 M_{tf} &= \rho r_{tf} l_j t_{tf} g / (42 w_g) \\
 P &= p / p_{at} \\
 X &= x / c \\
 Y &= y / c \\
 Z &= z / l_j \\
 \Gamma &= w_g / (2 r_j l_j p_{at}) \\
 \Lambda &= l_j / (2 r_j) \\
 v &= \omega \sqrt{c/g} \\
 v_{cr}^* &= \omega_{cr} \sqrt{(c - \Delta c)/g} \\
 \tau &= \omega t \\
 \tau_{tf} &= t_{tf} / r_{tf} \\
 \Omega &= (6 \mu \omega / p_{at}) (r_j / c)^2 \\
 \Omega_{wfr} &= 2 \pi f_{wfr} / \omega
 \end{aligned}$$

ただし、 $c$ ：軸受平均半径すきま， $e_{tf}$ ：トップフォイルの縦弾性係数， $f_{wfr}$ ：ホワール振動数， $g$ ：重力加速度， $h$ ：空気膜厚さ， $h_{tf}$ ：トップフォイルの半径方向変位， $k_{bf}$ ：バンプ等価ばねのばね定数， $l_j$ ：軸受幅， $p$ ：空気膜圧力， $p_{at}$ ：大気圧， $r_j$ ：ジャーナル半径， $r_{tf}$ ：トップフォイル半径， $t$ ：時間， $t_{tf}$ ：トップフォイル厚さ， $w_g$ ：軸受荷重， $z$ ：軸方向座標， $\Delta c$ ：組立予圧によるすきまの変化量， $\mu$ ：粘度， $\rho$ ：密度， $\omega$ ：軸回転角速度